Finanzmathematik in der Praxis

December 20th, 2005

Hans Buehler hans.buehler@db.com // buehler@math.tu-berlin.de

GME Quantitative Products: Analytics
Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Uebersicht

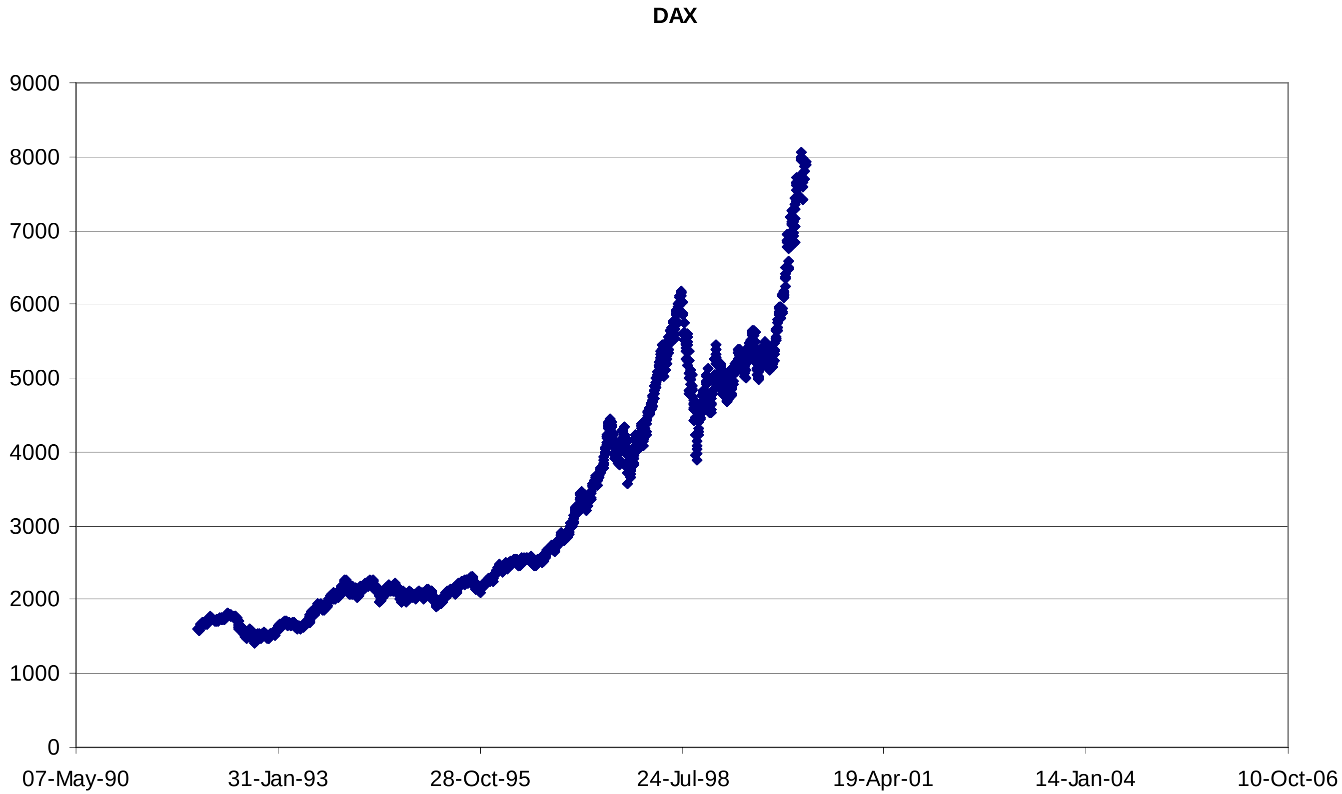
- Wer kauft was und warum?
  - Produktbeispiele
- Was passiert
  - Wo kommt ein Produkt her?
  - Beispiele
- “Being a Quant”
  - Die Gruppe
  - Anforderungen, Lebenslauf, Bewerbungsgespraech

Finanzmathematik in der Praxis

Ein bekanntes Beispiel

- Angenommen, wir haben €1000 auf dem Konto und wollen diese gern in den DAX investieren.
- Wenn wir uns im Fruehjahr 2000 den DAX ansehen, scheint das eine sehr gute Idee zu sein.

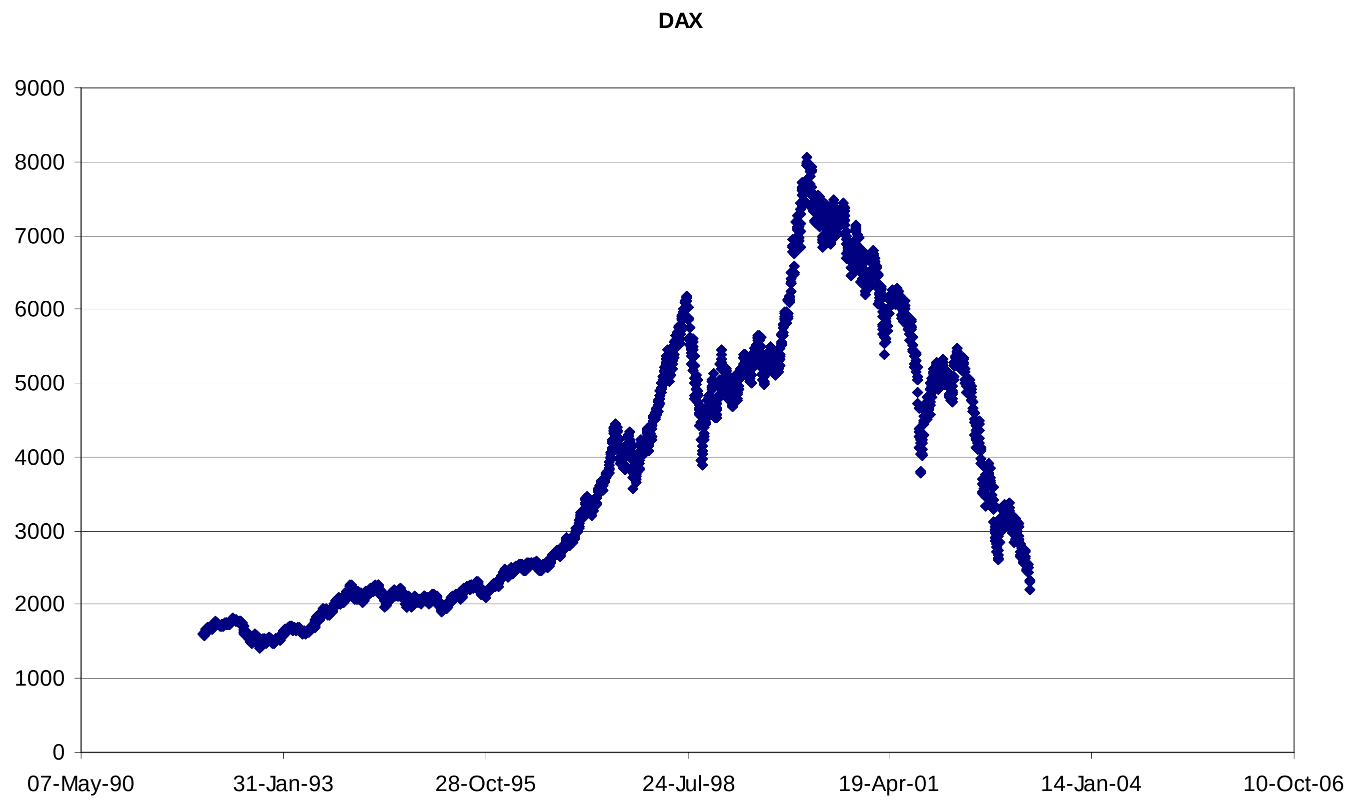
Finanzmathematik in der Praxis
Beispiel



… doch dann ging’s abwaerts:

Finanzmathematik in der Praxis

Beispiel



Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Beispiel

- Der DAX hat sich fast geviertelt.
- Weltweiter Einbruch.
- Neuer Markt ist verschwunden.

- In finance – no risk, no return.
  - Inflation im gleichen Zeitraum jedenfalls offiziell nicht gestiegen.
  - Aktien riskoreicher, deshalb ist die Gewinnerwartung auch hoeher.

… siehe die letzten zwei Jahre.

Finanzmathematik in der Praxis
Beispiel

Finanzmathematik in der Praxis
Beispiel

- Wer kein volles Riskio tragen will, wird sich gegen den Totalverlust versichern wollen.
  - Simpelste Variante der “Capital protected participation” ist

$$\max\{ S_T , K \} = S_T + (K - S_T)^+$$

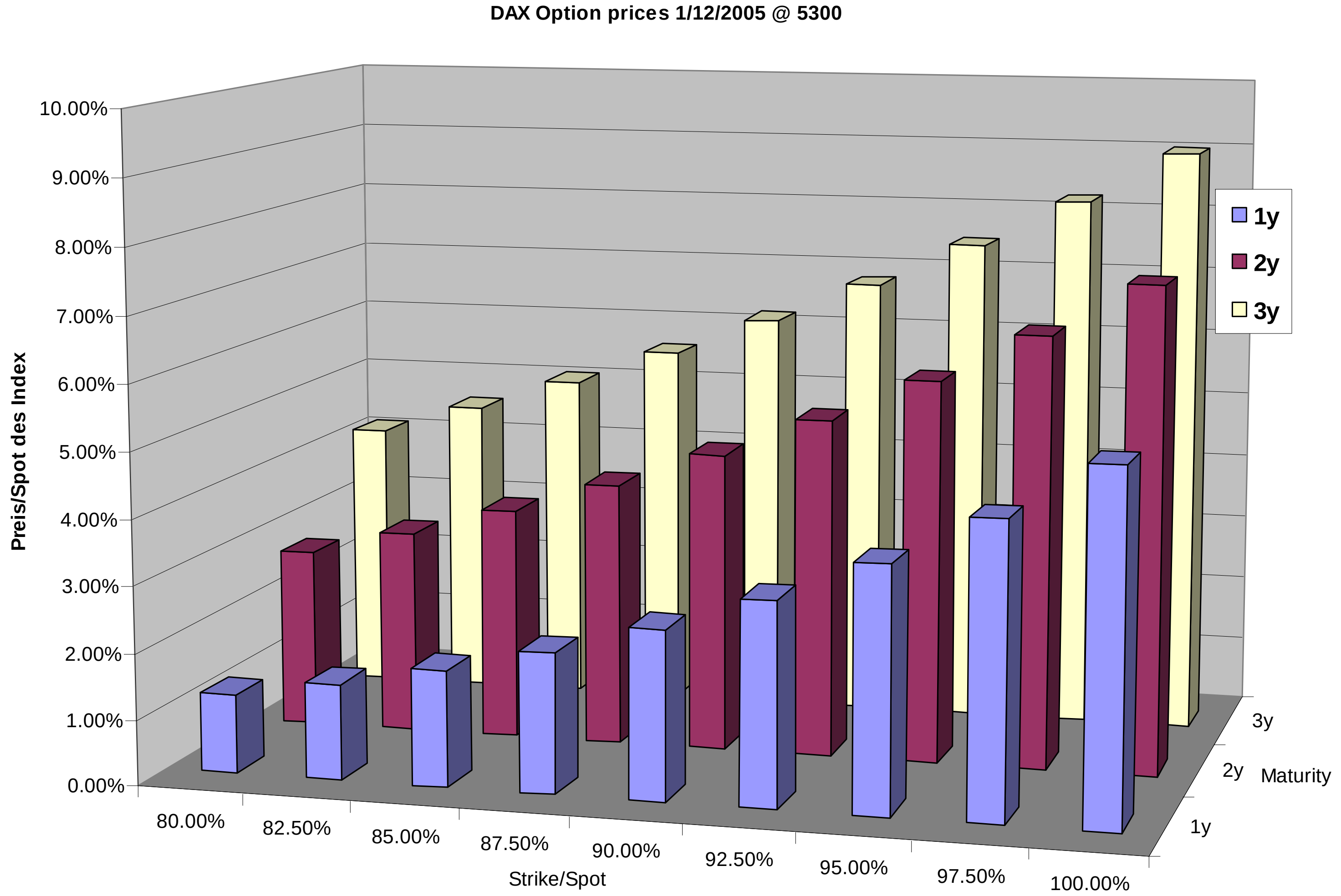
  - Schuetzt das Kapital vor Einbruch unter K.
  - Natuerlich ist diese “Versicherung” nicht umsonst, z.B. DAX 5300 €

$K = 90\%\ S_0$,	$T = 1y$	2.5%, d.h. 135 €
$K = 100\%\ S_0$,	$T = 3y$	9.0%, d.h. 477 €

und das ist alles “fair price”.

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis
Beispiel



Finanzmathematik in der Praxis
Produkttypen und Kunden

- Retail-Kunden
  (meist kauft eine Retail-Bank bei uns die Produkte, die sie dann unter ihrem Namen an die Kunden verkauft)
  - Capital protected participation
  - Turbos, Express Zertifikate, Barriers
    (grade in Deutschland auch sehr liquide direkte Maerkte)
- Firmenkunden (Corporates)
  - Absicherung
  - Delta-1 trades
  - Anti-zyklisches Investment
- Global Players (Hedge Funds, …)
  - Spekulation
  - Hedging
  - Arbitrage

Finanzmathematik in der Praxis

Wo kommt ein Produkt her?

- Kontakt mit dem Kunden: *Sales*
- Neue Produkte
  - Werden vom Kunden erfragt
  - Vom Sales-team vorgeschlagen aufgrund eines “Produktkatalogs”
- Produktinnovation: *Quantitative Products: Engineering (QPE)*
  - Marktkenntnis (was wird im Markt verlangt)
  - Technische Kenntnis (was kann gemacht werden)
  - Risiko Kenntnis (wie hoch ist das Risiko)

Finanzmathematik in der Praxis

Beispiele

- Cliquets (volatility trades)
  - Drei-monatliche Performance des Stocks mit Capital Protection

$$\left(\sum_{i=1,\ldots,n} \max\left\{ Floor, \min\left\{ Cap, \frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}} - 1 \right\} \right\} \right)^+$$

- Best-Of Baskets (correlation trades)
  - Relative Entwicklung des besten Stocks aus einem Basket

$$\left(\sum_{i=1,\ldots,n} \max_{k=1,\ldots,M} \frac{S_{t_i}^k}{S_0^k} \right)^+$$

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Beispiele

- KnockOut Interest Rate-Swaps (interest rate hybrids)
  - Standard Interest rate swaps mit Equity-Knockout

$$\sum_{i=1,\ldots,n} \left(\mathrm{Libor}(t_i) - c\right) 1_{\inf_{t \le t_i} S_t > K}$$

Formel schematisch: die Coupons werden an jedem t_i gezahlt

- Equity Default Swaps (credit hyribd)
  - Schutz gegen einen tiefen Fall des Stocks $K \approx 50\%$

$$1_{\inf_{t \le t_n} S_t < K} - \sum_{i=1,\ldots,n} c 1_{\inf_{t \le t_i} S_t > K}$$

Formel schematisch: Schutz wird im Falle des Defaults sofort gezahlt

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis
Was passiert nach dem Abschluss?

- Wenn das Produkt verkauft ist, muss das Risiko gemanaged werden.
- Anfaenglicher Preis beinhaltet
  - “Fair price”: theoretischer Preis der Replikation
  - “Puffer”: Aufschlag fuer Transaktionskosten, Hedgingfehler, Modelfehler, etc
  - “P&L”: Gewinn

- Das “Book” B beinhaltet tausende verschiedener Produkte $P^1,\ldots,P^n$.
- Jedes dieser Produkte hat ein anderes Risiko-Profil.

Finanzmathematik in der Praxis
Hedging

- Wenn die Welt Black&Scholes waer', dann wuerde der Preis eines jedes Produktes mit payoff H^i die Form

$$P_t^i(S_t) := \mathrm{E}\left[H^i(S) | S_t, S_{u\in[0,t)} \right]$$

und das Buch B waer perfekt abgesichert durch einfaches Delta-Hedging:

$$B_{t+1} - B_t \approx \left(\sum_i \partial_S P_t^i(S_t)\right)\left(S_{t+1} - S_t\right)$$

- Dummerweise ist Black&Scholes unzureichend ($\rightarrow$ VL):
Die beobachtete implied Volatility ist Strike-abhaengig.

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Hedging

- Erster Schritt: Local Volatility erlaubt es zumindest, alle Produkte konsistent miteinander zu bewerten.

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t - d_t)dt + \sigma(t, S_t)dW_t$$

  - Delta-hedging ist theoretisch immer noch ausreichend.
  - Aufgrund seiner einfachen Struktur ist Local Vol ein sehr beliebtes Model.
  - Wichtiger Punkt: alle Europaeschen Optionen haben den richtigen *Preis*.

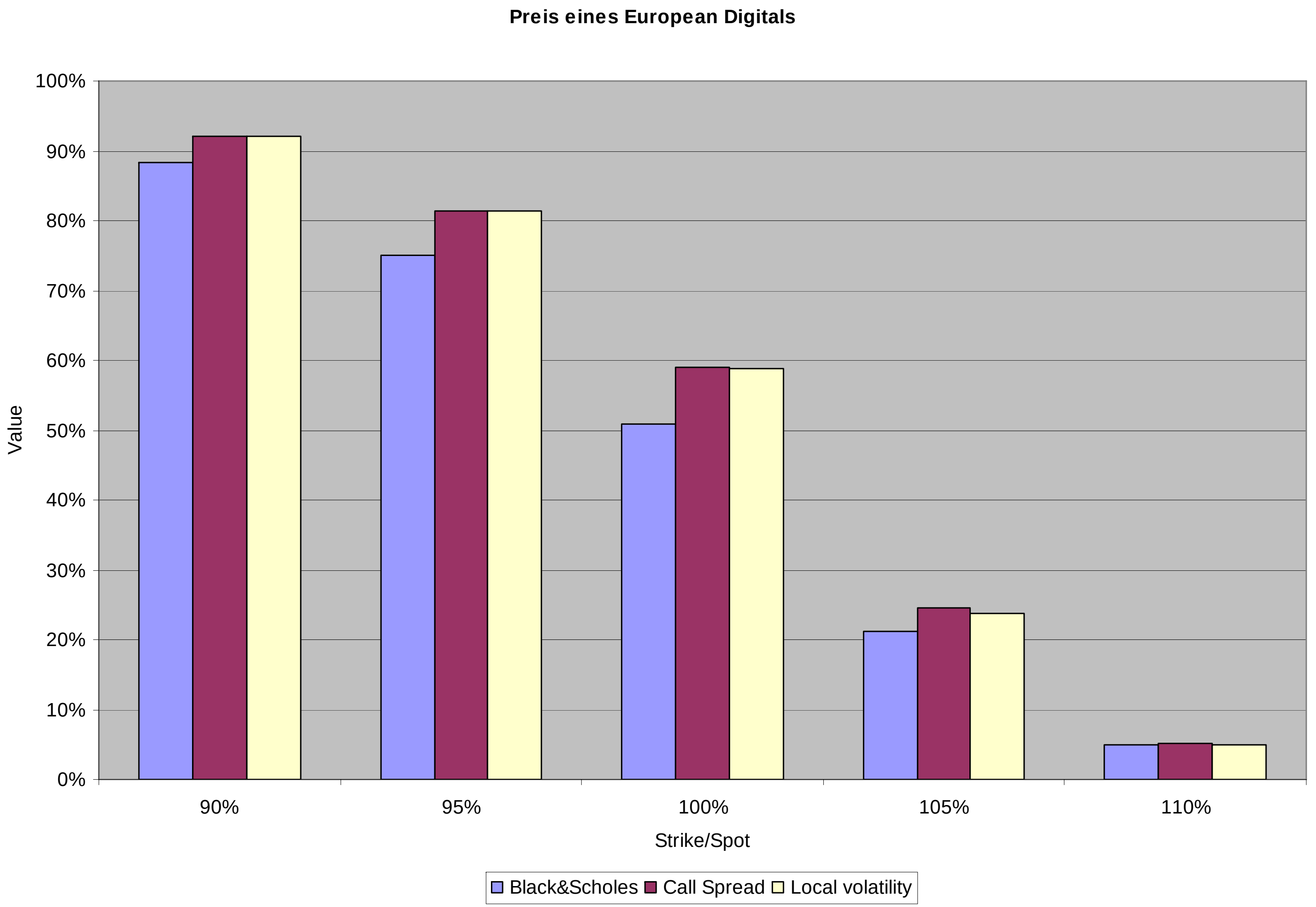
- Beispiel: *European Digital* (or *European Barrier*)

$$1_{S_T > K} \approx \frac{1}{2\varepsilon}\left(\mathrm{Call}(T, K-\varepsilon) - \left(\mathrm{Call}(T, K-\varepsilon)\right)\right.$$

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Hedging



Finanzmathematik in der Praxis

Hedging

- Schon besser, aber
  - Local-Volatility Delta fuer Europeaische Optionen aber nicht ausreichend, da ein funktionaler Zusammenhang von Volatilitaet und Preis in der Form zu stark ist.
  - Die gesammte zukuenftige Evolution der Implied Vol ist durch die heutige Beobachtung vorgegeben.
- Fuer Europaeische Payoffs $H(S_T)$ koennen wir (modulo drift etc) schreiben

$$\mathrm{E}\left[H(S_T)\right] = \int_0^\infty H(K)\partial^2_{KK}\mathrm{Call}(T,K)\,dK$$

Partielle Integration mit entsprechenden Randbedingungen gibt

$$\begin{aligned}\mathrm{E}\left[H(S_T)\right] &= H(S_0) + \int_0^\infty H''(K)\mathrm{Call}(T,K)\,dK \\ &\approx H(S_0) + \sum_{j=1,\ldots,m} H''(K_j)\mathrm{Call}(T,K_j)\,dK_j\end{aligned}$$

Finanzmathematik in der Praxis

Hedging

- Damit koennen wir “jeden” europaeischen Payoff mehr oder weniger gut mit europaeischen Optionen absichern.
- Fuer alle anderen muessen andere Konzepte her
  - Die Idee ist, mit Stock und den Europaeischen Optionen zu arbeiten.

- Ad-Hoc Ansatz: Black-Scholes Vega / Local Vol Vega
  - Wir berechnen den Basis-Preis in BS oder LV
  - Dann berechnen wir, was passiert, wenn eine der Implied Vols sich bewegt
    $\rightarrow$ “Vega” ist die Ableitung nach der Implied Vol.
  - Im Prinzip nicht so schlecht, aber dies ist ein *Model-externer* “Hedge”:
    Die Kosten des Vega-Hedgings sind nicht im urspruenglichen Preis beruecksichtigt worden.
  - Der “Fit” (von LV) allein ist kein Kriterium, ob der Preis eines Produktes korrekt ist

Quantitative Products: Analytics

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis
Wo sind wir involviert: Basics

- Bereitstellung von Basismodellen fuer “flow” Produkte
  - Black&Scholes
  - Local Volatility
  - Hull&White
  - Deterministisches Credit-Risiko

- Bewertungstools
  - Programmierbare Monte-Carlo and Finite Difference Engines ($\rightarrow$ spaeter ein Beispiel)
  - Fuer aufwendige Produkte dedizierte Preisfunktionen

- “Greek”-Berechnung und Marketdaten management
  - Berechnung von Delta, Gamma, Vega, Theta, …

Finanzmathematik in der Praxis

Wo sind wir involviert: Modelling

- Entwicklung von weitergehenden Modellen fuer riskante Produktklassen
  - Stochastic Volatility fuer Cliquets, Options On Variance
  - Stochastic Interest rates and Local Vol / Stochastic Vol for Interest-Rate Hybrids.
  - Creditmodelle
  - Dividenden, Commodities, FX, Correlation, …

- Hedging-Konzepte fuer illiquide Maerkte
  - Optionen auf Hedgefunds
  - Optionen auf nicht gehandelte Indices
  - Emerging Markets
  - Tax, Transaktionskosten, …

Finanzmathematik in der Praxis

Wo sind wir involviert: Support

- Hilfe bei der Benutzung der Pricing-Library
  - Support
  - Ideen
  - Vortraege innerhalb der Bank

- Hilfe bei generellen Fragen zur Theorie/Risiken
  - Einfluss von Marktparametern
    - Einfluss von Credit-Riskio auf einen Call bei gleicher geschaetzter Volatilitiaet?
    - Was passiert bei einem Worst-Of Call when die Correlation steigt?
  - P&L Analyse, Back-testing

Finanzmathematik in der Praxis

Projekt: Local Volatility

- Local Volatility Calibration and Greek Computation
  - Idee: Berechnung der Local Volatility mit Forward-PDEs

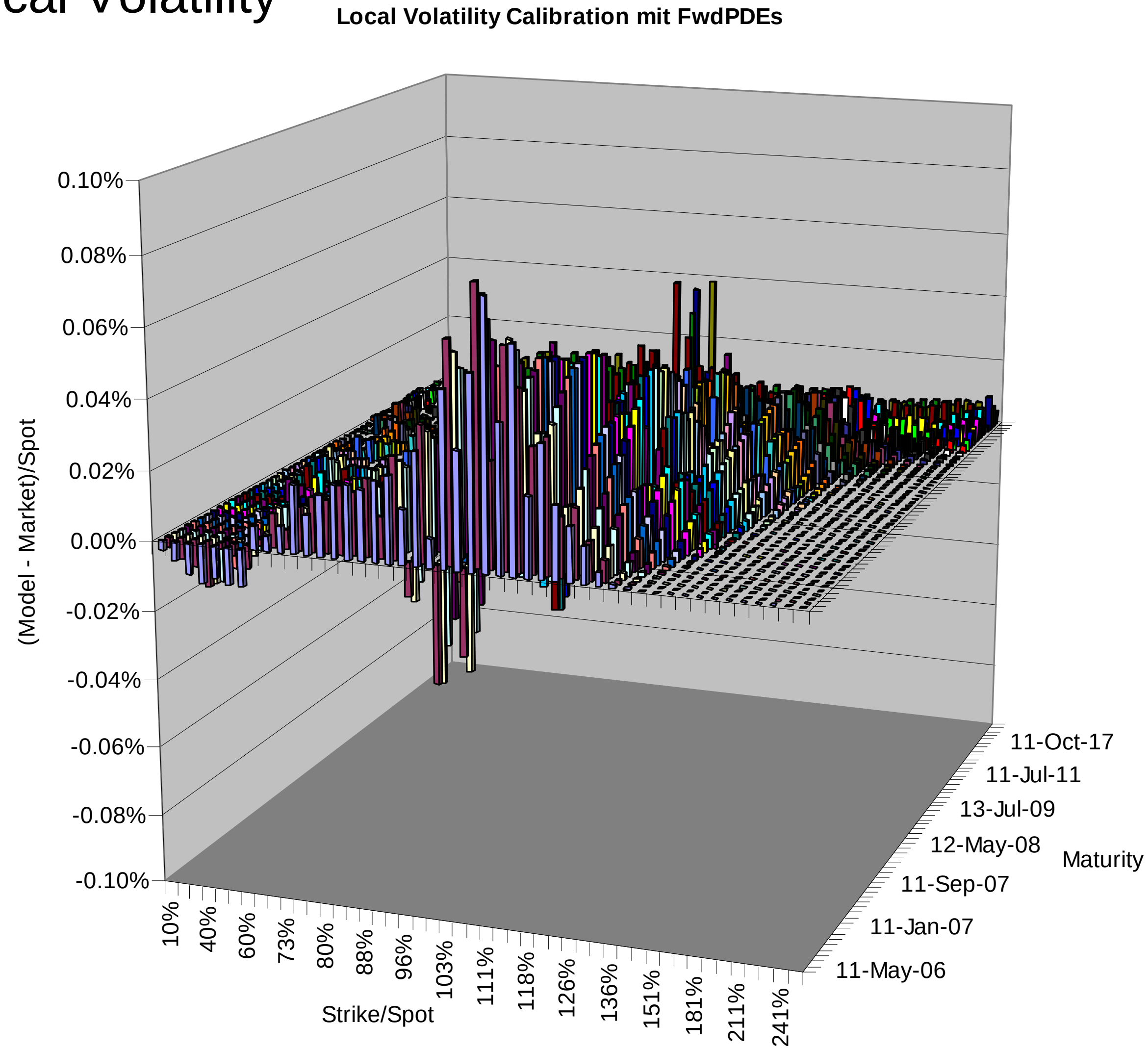
$$\partial_T \mathrm{Call}(T,K) = \frac{1}{2}\sigma(T,K)^2 \partial_{KK}^2 \mathrm{Call}(T,K)$$

Sehr stabile Methode

- Greek Berechnug muss impementiert werden
- Credit-Risiko wird eingebaut
- Tests

Finanzmathematik in der Praxis

Projekt: Local Volatility



Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Projekt: Correlation Skew

- *Correlation-Skew*
  - Wir haben Implied Vols fuer jeden Teil des Indices
  - Wir haben eine Implied Vol fuer den Index

- Gesucht: Ein konsistentes Preis-Model, das fuer jeden Teil des Index, aber eben auch fuer den Index den Skew wiedergibt

- Hoch-dimensionales Modellierungsproblem
  - Erster Schritt: “Strike-abhaengige” Correlation, wie bei Implied Volatility
  - Naechste Schritte: Test von Modellen / Forschung

Finanzmathematik in der Praxis

Projekt: Barrier Hedging

- Simpelstes Produkt: American Knock-Out Barrier

$$1_{\inf_{t \leq T} S_t > K}$$

- Problem:
  - Delta und Gamma werden unendlich an der Barrier
  - Hedging viel zu teuer

- Loesung
  - Finde minimalen Payoff, der die Barrier dominiert und mit “maximalem” delta oder gamma repliziert werden kann.
  - Funktioniert wunderbar fuer ein-faktor FDs.
  - Was ist mit Baskets?

Finanzmathematik in der Praxis

Projekte: Options on Variance

- *Realisierte Varianz* ist definiert ueber $0=t_0<\cdots<t_N=T$ als

$$\mathrm{Var}_N(T) := \frac{252}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\log\frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}}\right)^2.$$

  - Der Faktor 252/N “annulasiert” die Varianz.
  - Ein *Variance Swap* zahlt die realizierte Variance im Austausch zu einem vorher vereinbarten Strike K:

$$\mathrm{Var}_N(T) - K^2$$

- Warum ist Varianz interessant?
  - Letztes Jahr war Volatilitaet sehr niedrig, also haben Hedge-Funds auf steigende Varianz gewettet (sie haben uns Varianz verkauft)

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Projekte: Options on Variance

- Nehmen wir mal an, dass der Stock ein stetiges Martingal plus drift ist, also

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t - \mu_t)dt + \sigma_t dW_t$$

  fuer eine stochastische Volatilitaet σ.

- Dann

$$\mathrm{Var}_N(T) \approx \frac{252}{N}\langle \log S \rangle_T = \frac{252}{N}\int_0^T \sigma_t^2 dt$$

  und wir rechnen mit Ito aus

$$\tfrac{1}{2}\int_0^T \sigma_t^2 dt = \log \frac{S_T}{S_0} - \int_0^T \frac{1}{S_t} dS_t$$

Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Projekte: Options on Variance

- Die Formel gibt uns die Hedging-Strategie an:

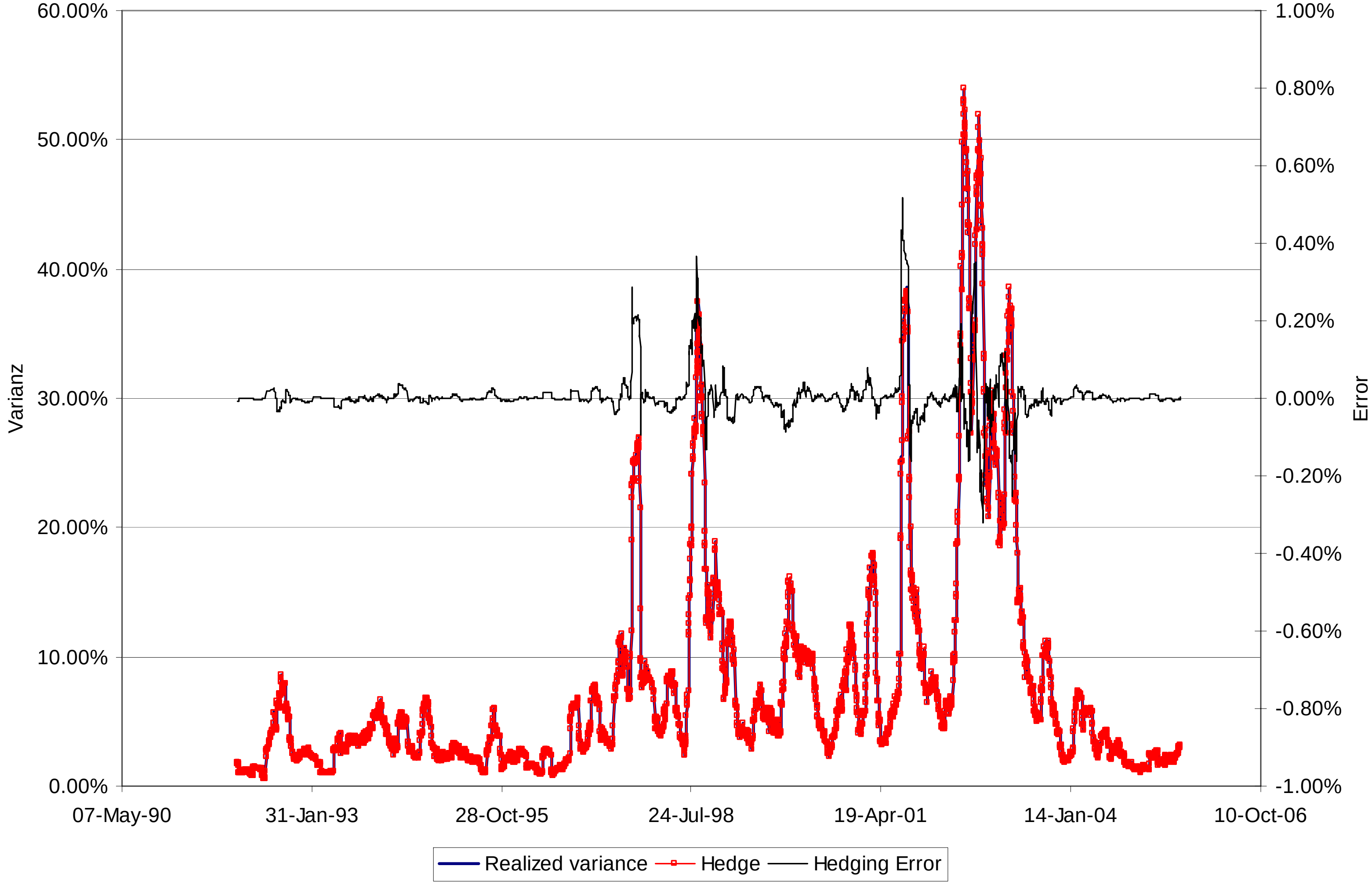
$$\int_0^T \sigma_t^2 dt = 2\log\frac{S_T}{S_0} - 2\int_0^T \frac{1}{S_t} dS_t$$

  - Kaufe zwei Log-Kontrakte und dann Delta-Hedge mit $2/S$.
  - Man bemerke, dass der Preis der Delta-Hedging Strategie nur dann Null ist, wenn S ein Martingal ist.
    - Aber kein Problem, wir koennen das ausrechnen.
  - Wichtiger: *Funktioniert das?*

Finanzmathematik in der Praxis

Projekte: OOV

DAX Realizierte 30-Tage Varianz against its Hedge



Deutsche Bank

Finanzmathematik in der Praxis

Projekte: Options on Variance

- Problem: Nun wollen wir Optionen auf realisierte Varianz schreiben

$$\left(\mathrm{Var}_N(T) - K^2\right)^+$$

  – Kann nicht in Local Volatility gepreist werden (zu billig)

  – Stochastische Volatilitiaet notwendig

- Mehrere Schritte

  – Entwicklung von einfachen One-Factor model basierend auf Heston

    - Nicht viele Parameter / besser zu verstehen / schneller zu Kalibrieren

  – Mehr-Faktor model fuer *sehr* exotische Deals.

Finanzmathematik in der Praxis

Projekte: Options on Variance

- (Vorfuehren!)

Arbeit in der Industrie

… und bei uns im Speziellen

Being a Quant
Deutsche Bank GME Quantitative Products: Analytics

- Deutsche Bank GME Quantitative Products: Analytics
  - Head: Dr^2 Marcus Overhaus, Deputy Dr Andrew Ferraris
    - Marcus hat das Team gegruendet
    - Er fuehrt auch das QP Enginieering team
  - Zur Zeit 10 Mitarbeiter, sehr international:
    - Marokko (2), Spanien (1), Indien (1), England (3), Deutschland (2), Frankreich (1)
  - Sehr enge Zusammenarbeit mit
    - QP Engineering (sitzen neben und vor uns)
    - Trading (sitzen am naechsten Tisch)
    - Sales (kommen vorbei)
    - Model Validation, Risk Control, …

Being a Quant
Deutsche Bank GME Quantitative Products: Analytics

- Wissenschaftliche Arbeiten / Veroeffentlichungen
  - Das Team hat bereits drei Buecher geschrieben, Nummer IV kommt im Fruehling
  - Talks auf internationalen Konferenzen
  - In-House Seminare (dieses Jahr: Schied, Deuffelhardt, Carr)
  - Zwei Doktorarbeiten betreut
  - Veroeffentlichungen (z.B. gemeinsamer Artikel fuer DMV, Artikel des Teams)

- http://www.dbquant.com

Being a Quant

- Pro
  - Intensive und interessante, mathematisch angewandte Arbeit
  - Viel Feedback
  - Sehr internationales Flair
  - Gute Bezahlung

- Con
  - Nicht so entspannt wie eine Universitaet
  - Arbeitszeiten recht lang (10h normal plus gelegentlich Wochenende)
  - Tiefgehende theoretische Arbeit muss zu Hause gemacht werden
    - Einige Haeuser erlauben Veroeffentlichungen nicht!

Being a Quant

- Hauptzentren fuer Quants in Equity sind
  – London (Europa hat die “exotischsten” Produkte)
  – New York (Flow, Variance Swaps)
  – Hong Kong, Tokyo (Interest rate/equity links)
  – Frankfurt (Flow Barriers etc)

- Wichtigste Voraussetzungen
  – Englisch
  – Mathematik, Physik oder verwandtes Fach
    - Bei uns in irgendeiner Form Finance
    - Doktor nicht unbedingt notwendig, wenn irgendeine Vorerfahrung (Praktikum) vorhanden ist.
  – Es hilft sehr, Programmieren zu koennen (C++)

Being a Quant

- Lebenslauf
  - Eher knapp, aber bei jeder eventuellen vorigen Anstellung ausfuehren, was Inhalt der Arbeit war (auch bei Praktika)
  - Zeitlich rueckwaerts geordnet.
  - Bei Noten nicht Kenntnis des deutschen Systems voraussetzen.
    Also durchaus schreiben:
    - Rate 1.0 (1:Best, 4:Worst)
  - Bei Faehigkeiten nie schreiben, man sei “Experte” oder dergleichen (jedenfalls nicht in England, in den Staaten ist das vielleicht anders).
- Bewerungsschreiben
  - Auch eher knapp - halbe Seite vielleicht. Ein paar Worte woher man von der Position gehoert hat, was man gerade macht, und ein paar Hoeflichkeitsfloskeln.
  - Normalerweise kein Foto.
  - Lebenslauf

Being a Quant

- Bewerbungsgespraech (erstes Gespraech meist am Telefon)

ANSWER THE QUESTION FIRST

- – Erst eine klare Antwort auf die Frage: ja/nein, dann erklaeren.
- – Sagen, wenn man die Loesung nicht kennt, dann erklaeren was man denkt,
- – Gesprache sind oft sehr technisch und mathematisch.
- – Nicht zu viel auf Papers verweisen, wenn konkrete Fragen gestellt werden.
- – Ruhig und freundlich bleiben.

Nicht vergessen: Die Leute, die Euch interviewen, sind per se in Eile.
Also gradeaus und zuegig antworten, dann macht das Interview Spass und die Chancen sind viel besser.

Deutsche Bank

Deutsche Bank GME
Quantitative Products: Analytics

- Zum Schluss: Wir suchen immer
  - Absolventen
  - Praktikanten,
    - gerne auch mit Blick auf eine Doktorarbeit

Einfach melden: hans.buehler@db.com

Deutsche Bank